



التمرين الأول

نعتبر المتتالية (u_n) بحيث: $u_0 = 2$ و: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$ (1) احسب u_1 .(2) نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$.(أ-2) تحقق أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$.(ب-2) استنتج v_n ثم u_n بدلالة n .(ج-2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.(3) نضع $w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$ لكل n من \mathbb{N} . بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -\infty$.

التمرين الثاني

نعتبر في \mathbb{C} المعادلة: $(E): z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}z + 4 = 0$ وليكن a و b حلها بحيث: $\text{Im}(a) < 0$.(أ-1) تحقق أن: $\Delta = (2i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$.(ب-1) حدد الكتابة الجبرية للعددين a و b .(2) ليكن العدد العقدي c بحيث: $4c = a^2$.(أ-2) بين أن: $c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ثم حدد الكتابة المتكسبة للعدد c .(ب-2) استنتج الكتابة المتكسبة للعددين a و b .(3) بين أن: $\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$.(4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم (O, \vec{u}, \vec{v}) . نعتبر النقطتين A و B لحقاهما a و b على التوالي.حدد زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B .

التمرين الثالث

[I] نضع لكل x من \mathbb{R} : $g(x) = (x^2 - 1)e^x - x^2e + e$ (e هو العدد النيبيري)(1) تحقق أن: $g(x) = (x^2 - 1)(e^x - e)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة: $g(x) = 0$.

(2) بين أن:

$$\forall x \in]-\infty; -1] \quad g(x) \leq 0$$

$$\forall x \in]-1; +\infty[\quad g(x) \geq 0$$

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

حيث e هو العدد النبري و $e = 2,7$ وليكن (\mathcal{C}) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (\vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 2cm)

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$$f(x) = x^3 \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \cdot e \right] \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

(2) ب - استنتج حساب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(4) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(5) بين أن $f'(x) = g(x)$ $(\forall x \in \mathbb{R})$; ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

(6) ليكن (T) المماس لـ (\mathcal{C}) في النقطة ذات الإحداثيات $x_0 = 0$.

تحقق أن معادلة ديكارتية لـ (T) هي : $y = (e-1)x + 1$; (T) : أنشئ في نفس المعلم كلاً من (T) و (\mathcal{C}) .

(7) محور الأفاصل في نقطتين أفصولهما : $d = -0,6$ و $\beta = -1,3$ ونأخذ $f(-1) = -0,3$

نعتبر الدالة F المعرفة على \mathbb{R} بالتعبير :

$$F(x) = (x^2 - 4x + 5) e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right) e$$

وليكن D الحيز المحصور بين (\mathcal{C}) ومحور الأفاصل والمستقيمان :

$(d_1) : x = 0$ و $(d_2) : x = 1$

(1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

(2) استنتج أن مساحة الحيز D هي : $A(D) = \left(\frac{31}{3} e - 20\right) \text{cm}^2$

★ ★ ★